Pascal Goderie

TOPklassers

Antwoordenboek

9789026242205

TOPklassers

wiskunde

deel 5

Antwoordenboek

Auteur
Pascal Goderie

ThiemeMeulenhoff

Auteur
Pascal Goderie

Illustraties
Beeldstormers/Marcel Westervoorde, Alphen a/d Rijn

Ontwerp
Beeldstormers/Marcel Westervoorde, Alphen a/d Rijn

ThiemeMeulenhoff ontwikkelt leermiddelen voor Primair Onderwijs, Algemeen Voortgezet Onderwijs, Beroepsonderwijs en Volwasseneneducatie en Hoger Beroepsonderwijs.

Meer informatie over ThiemeMeulenhoff en een overzicht van onze leermiddelen: www.thiememeulenhoff.nl of via onze klantenservice (088) 800 20 17.

ISBN 978 90 262 4220 5
Eerste druk, eerste oplage 2009

Inleiding voor de leerkracht

Dit is het antwoordenboek van het vijfde deel van *Topklassers Wiskunde*.
Topklassers Wiskunde zijn vooral bestemd voor kinderen van groep 7 en 8 die behoefte hebben aan een extra uitdaging. Het werkboek voor de leerling staat vol met wiskundige vraagstukken. Voor kinderen die zo’n uitdaging aankunnen en die niet snel opgeven.
Voor die kinderen bevatten *Topklassers Wiskunde* tal van interessante problemen, problemen waaraan zelfs ook veel middelbare scholieren hun hart kunnen ophalen.
In deel 5 ontwerpen de kinderen onder andere zelf sudoku’s, ze bedenken een puntentelling voor de meerkamp en ze puzzelen met doorkijkjes in bouwwerken van kubussen.

Voor kinderen die wat minder zelfstandig met problemen aan de gang kunnen is dit boekje niet zo geschikt. Het is niet de bedoeling dat u als leerkracht veel steun moet gaan bieden. Wel zijn de opgaven bijzonder geschikt om in tweetallen of in kleine groepjes aan te werken. Misschien kunnen dergelijke groepjes hun nieuw opgedane kennis eens aan de groep presenteren? Ook een klassikale aanpak van een van de problemen uit het werkboek kan een incidentele verrijking zijn van uw reguliere lessen rekenen-wiskunde.

Leerlingen die een les afhebben, kunnen in dit antwoordenboek zelf de antwoorden controleren.

Wie weet, komen uw leerlingen verrassend uit de hoek met mooie wiskundige oplossingen.
Veel plezier met uw *wiskunde topklassers*!

Pascal Goderie

Les 1 Een sudoku ontwerpen

1. Verschillende antwoorden zijn mogelijk.
2. Verschillende antwoorden zijn mogelijk.
   Een geschikte volgorde om bij deze manier de rijen af te gaan is de volgende:

   rij 1 – rij 4 – rij 7 – rij 2 – rij 5 – rij 8 – rij 3 – rij 6 – rij 9.
3. Verschillende antwoorden zijn mogelijk.
4. Ter beoordeling van de leerkracht.
   Of het een goede sudoku is, zal waarschijnlijk ook duidelijk worden als een medeleerling de sudoku gaat oplossen.

Les 2 Eén sudoku?

1. Als alle drieën en achten worden omgewisseld is er nog steeds één oplossing.
   In die oplossing zullen de achten de plaats innemen van de drieën en andersom nemen de drieën de plaats in van de achten.
2. Verschillende antwoorden zijn mogelijk.
3. Dit antwoord is afhankelijk van je antwoorden bij opgave 1 en 2.
4. Behalve door getalverwisselingen kan een nieuwe sudoku ook ontstaan door rijen die tot dezelfde deelvierkanten behoren onderling te verwisselen. Dat kan uiteraard ook met kolommen die tot dezelfde deelvierkanten behoren. Een nieuwe sudoku ontstaat ook door een blok van drie deelvierkanten op rij om te wisselen met een blok van drie andere deelvierkanten op rij of door het diagram een kwartslag te draaien.
5. Verschillende antwoorden zijn mogelijk.

6. Dit antwoord is afhankelijk van je voorgaande antwoorden.
7. De veranderingen bij b en c leiden tot een nieuwe sudoku.
   De verandering bij a levert geen nieuwe sudoku op.
8. Met behulp van de aanwijzingen in de tekst kun je je oplossing zelf controleren.

Les 3 Het Tabelspel

De oplossing van het Tabelspel houdt verband met de tafels van vermenigvuldiging.

In de tabel wordt weergegeven hoe vaak het cijfer in de linkerkolom (boven het vraagteken) voorkomt in de antwoorden van de tafels van vermenigvuldiging.
De getallen in de rij naast het vraagteken geven aan om welke tafel van vermenigvuldiging het gaat, van de tafel van 1 tot en met de tafel van 10.

Kort gezegd: “Hoe vaak komt het cijfer y (verticaal) voor in de antwoorden van de tafel van x (horizontaal)”.

Les 4 Het Ontcijferspel

De spelers van het spel spreken samen af wat nodig is om het spel goed te kunnen spelen.

Toets 1

1

1a De getallen worden verwisseld volgens de volgende schema’s:
1 → 6 → 2 → 9 → 5 → 1 en 4 → 7 → 4.
3 blijft 3 en 8 blijft 8.

De kolommen worden verwisseld volgens de schema’s:
1 → 2 → 3 → 1 en 4 → 6 → 5 → 4 en 8 → 9 → 8.

1b De bovenste rij deelvierkanten (1), de middelste rij deelvierkanten (2) en de onderste rij deelvierkanten (3) zijn verwisseld volgens het schema 1 → 3 → 2 → 1 en vervolgens zijn er rijen verwisseld volgens de schema's:
1 → 2 → 3 → 1 en 4 → 6 → 5 → 4.

Daarna is het diagram een kwartslag naar links gedraaid.

Andere mogelijkheid:
Als je er vanuit gaat dat eerst het diagram een kwartslag naar links is gedraaid, dan zijn daarna de kolommen deelvierkanten en vervolgens nog afzonderlijke kolommen verwisseld.

1c

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7	8	9	1
5	6	7	8	9	1	2	3	4
8	9	1	2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8	9	1	2
6	7	8	9	1	2	3	4	5
9	1	2	3	4	5	6	7	8

sudoku 1

3	6	9	1	2	7	4	5	8
2	7	1	8	5	4	6	3	9
5	4	8	9	3	6	7	2	1
7	9	3	2	4	1	8	6	5
4	1	2	5	6	8	9	7	3
6	8	5	3	7	9	1	4	2
1	3	7	4	8	2	5	9	6
8	2	4	6	9	5	3	1	7
9	5	6	7	1	3	2	8	4

sudoku 2

2	5	3	7	4	6	8	9	1
4	6	7	1	8	9	5	3	2
1	8	9	3	2	5	4	6	7
9	1	8	5	3	2	7	4	6
7	4	6	9	1	8	2	5	3
3	2	5	6	7	4	1	8	9
5	3	2	4	6	7	9	1	8
8	9	1	2	5	3	6	7	4
6	7	4	8	9	1	3	2	5

sudoku 3

2 Ter beoordeling van de leerkracht.
Of het spel en de spelregels goed functioneren, zal ook duidelijk worden als het spel gespeeld wordt.

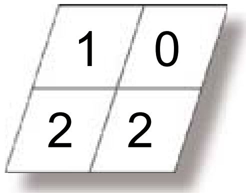
Les 5 Zwevende kubussen deel 1

1 Bouwwerk 2 kan niet door middel van de gebruikelijke plattegrond met hoogtegetallen worden beschreven. (Als je het bouwwerk kantelt is er nog wel een mogelijkheid.)
In het vervolg van Les 5 wordt onderzocht of een beschrijving met een alternatieve plattegrond wel lukt.

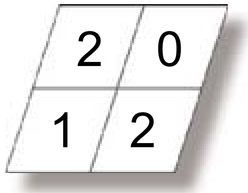
Een overeenkomst met bouwwerk 1 is dat zich in bouwwerk 2 boven iedere positie van figuur 1 evenveel kubussen bevinden.
Zie ook vraag 2.

2 Als we figuur 1 als het genoemde doorzichtige scherm zien, dan is figuur 1 zowel van toepassing op bouwwerk 1 als op bouwwerk 2.

3



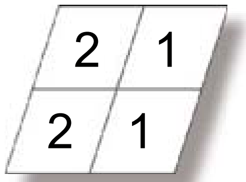
figuur 3



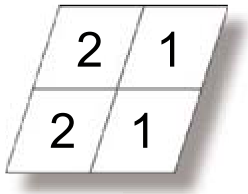
figuur 4

4 In beide gevallen is het antwoord nee. Bouwwerk 1 is eenduidig bepaald door de doorkijkplattegronden van figuren 2 en 3. Bouwwerk 2 is eenduidig bepaald door de doorkijkplattegronden van figuren 2 en 4.

5 Er zijn meerdere mogelijkheden.
Een daarvan is de volgende:

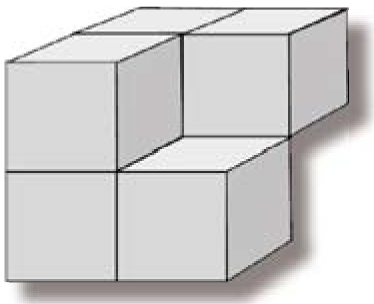


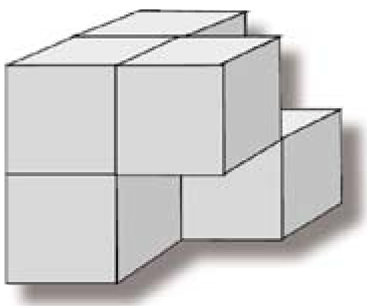
van boven



van voren

Beide hieronder afgebeelde bouwwerken voldoen zowel aan de doorkijkplattegrond van boven als aan de doorkijkplattegrond van voren.





Les 6 Zwevende kubussen deel 2

1

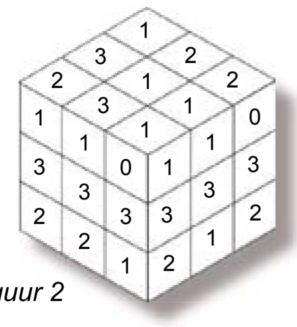
1a Bouwwerken A, B en D voldoen aan de doorkijkplattegrond van boven.

1b Bouwwerken A, B en C voldoen aan de doorkijkplattegrond van voren.

1c Bouwwerken B, C en D voldoen aan de doorkijkplattegrond van rechts opzij.

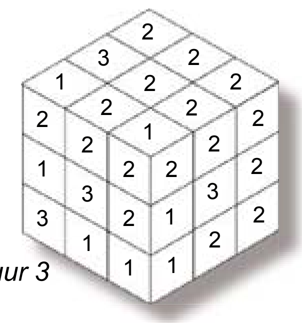
1d Bouwwerk B voldoet aan alle drie de doorkijkplattegronden van figuur 1.

2



figuur 2

3 Drie doorkijkplattegronden zijn niet altijd voldoende om een bouwwerk eenduidig te beschrijven.
Er bestaan meerdere tegenvoorbeelden. Een daarvan is afgebeeld in figuur 3.



figuur 3

4. Er zijn allerlei beschrijvingen van de bouwwerken denkbaar. Je kunt bijvoorbeeld vanuit de posities van boven op de doorkijkplattegrond een denkbeeldige zuil naar beneden trekken en met kruisjes aangeven of zich op de betreffende hoogte wel of niet een kubus bevindt.
In het gekozen voorbeeld bij opgave 3 levert dat de volgende beschrijvingen op:

X – X	X X –	– X X
X X X	– X X	X X –
– – X	X X –	X – –

X – X	– X X	X X –
X X X	X X –	– X X
– – X	X X –	X – –

Les 7 Bridge

1. Een mogelijk wedstrijdschema is het volgende:

	Tafel 1	Tafel 2	Tafel 3	Tafel 4
Ronde 1	1 – 2	3 – 4	5 – 6	7 – 8
Ronde 2	3 – 8	1 – 6	7 – 4	5 – 2
Ronde 3	5 – 4	7 – 2	1 – 8	3 – 6
Ronde 4	7 – 6	5 – 8	3 – 2	1 – 4

Er zijn variaties mogelijk, zoals alle wedstrijden van een ronde in een andere ronde en een andere tafelverdeling per ronde.

2. Een mogelijk wedstrijdschema is het volgende:

	Tafel 1	Tafel 2	Tafel 3	Tafel 4	Tafel 5
Ronde 1	1 – 2	3 – 4	5 – 6	7 – 8	9 – 10
Ronde 2	9 – 8	1 – 10	3 – 2	5 – 4	7 – 6
Ronde 3	7 – 4	9 – 6	1 – 8	3 – 10	5 – 2
Ronde 4	5 – 10	7– 2	9 – 4	1 – 6	3 – 8
Ronde 5	3 – 6	5 – 8	7 – 10	9 – 2	1 – 4

Verschillende variaties zijn mogelijk.

3. De gegevens die bekend zijn over de bridgedrive staan in het volgende schema.

	Tafel 1	Tafel 2	Tafel 3	Tafel 4	Tafel 5
Ronde 1	1 – 10	3 – 8	5 – 6	7 – 4	9 – 2
Ronde 2	9 –	1 –	3 –	5 –	7 – 6
Ronde 3	7 –	9 –	1 – ?	3 –	5 –
Ronde 4	5 –	7 –	9 –	1 –	3 –
Ronde 5	3 –	5 – 4	7 –	9 –	1 –

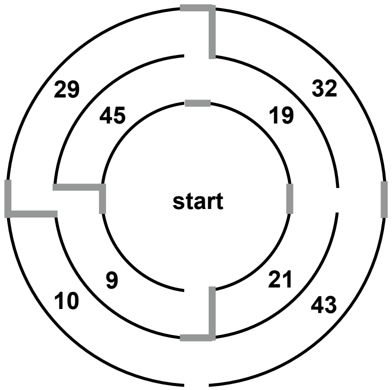
Paar 1 speelt in de eerste ronde tegen paar 10. Uit het schema is tevens af te leiden dat paar 1 in ronde 2 tegen paar 2 speelt en in ronde 5 tegen paar 8. Omdat paar 6 al in de eerste ronde aan tafel 3 speelt blijft in ronde 3 alleen nog maar paar 4 over als mogelijke tegenstander voor paar 1 aan tafel 3.

Paar 4 is dus de winnaar van de bridgedrive.

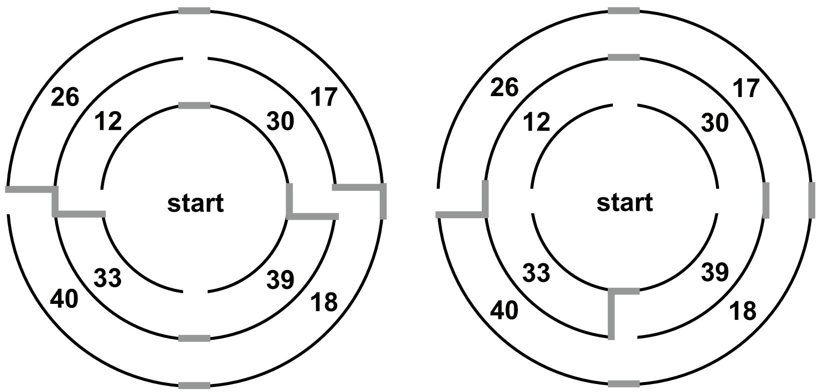
Les 8 De getallendoolhof

1 Getallendoolhof A heeft één oplossing, 9 + 29 + 19 + 43 = 100.

Er zijn meerdere mogelijkheden om de hekjes te plaatsen.
Een ervan is de volgende.



Getallendoolhof B heeft twee oplossingen,
12 + 30 + 18 + 40 = 100 en 39 + 18 +17 + 26 = 100.



2 Ter beoordeling van de leerkracht en (na kopiëren) op te lossen door een ‘rekentopper’ uit groep 4.

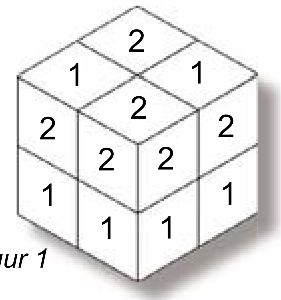
3 Dit antwoord is afhankelijk van de gekozen getallen in opgave 2.

Een bewijs dat er geen andere oplossing mogelijk is, kun je leveren of door alle mogelijkheden handig na te lopen, of door naast de oplossingsgetallen de overige getallen zo te kiezen dat er aantoonbaar geen andere 100-combinaties mogelijk zijn.
(Let daarbij wel goed op dat er geen onverwachte combinaties ‘binnensluipen’!)

Toets 2

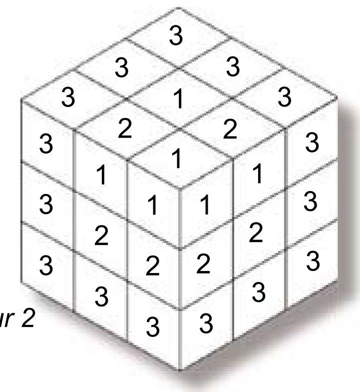
1

1a



figuur 1

1b Er zijn meerdere mogelijkheden.
Een van die mogelijkheden is de volgende:



figuur 2

2 Er zijn twee (gespiegelde) schema's mogelijk.

	Tafel 1	Tafel 2	Tafel 3
Ronde 1	1 – 2	3 – 4	5 – 6
Ronde 2	3 – 6	5 – 2	1 – 4
Ronde 3	5 – 4	1 – 6	3 – 2

	Tafel 1	Tafel 2	Tafel 3
Ronde 1	1 – 2	3 – 6	5 – 4
Ronde 2	3 – 4	5 – 2	1 – 6
Ronde 3	5 – 6	1 – 4	3 – 2

3 Rens heeft er niet bij stilgestaan dat de som van twee getallen uit zijn oplossing (22 en 29) even groot is als de som van twee getallen van de 'andere' vier getallen (14 en 37).
Daardoor vormt behalve 13, 22, 29 en 36 ook de getallencombinatie 13, 14, 36 en 37 een oplossing voor de getallendoolhof.

Les 9 De meerkamp deel 1

1 Ter beoordeling van de leerkracht.

2 Ter beoordeling van de leerkracht.
Het gaat erom dat de tabel resultaten weergeeft die ook in het echt zouden kunnen voorkomen.

3 Ter beoordeling van de leerkracht.

4 Het gaat erom dat je samen de bedachte puntentellingen onderzoekt. Zijn de puntentellingen op alle onderdelen eerlijk? Wat is er goed en wat is er minder goed aan de puntentellingen?

Les 10 De meerkamp deel 2

1 Ter beoordeling van de leerkracht.
Als alle resultaten verschillend zijn moeten de vijf puntentotalen gezamenlijk in ieder geval 75 punten opleveren.

2 Ter beoordeling van de leerkracht.
Een argument bij a kan zijn dat niet in de uitslag te zien is of er grote of kleine onderlinge verschillen in prestaties zijn. Of de winnaar bij het verspringen 1 cm of 1 m verder sprong dan de nummer 2 maakt voor het aantal behaalde punten niet uit.

Les 11 Theaterbezoek deel 1

1 Meerdere antwoorden zijn mogelijk.
Bij de volgende leerlingenaantallen kan theater De Kraaij volstaan met drie uitvoeringen.

school	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
aantal leerlingen	250	250	250	200	250	250	200	200	300	300	300

2 Meerdere antwoorden zijn mogelijk.
Bij de volgende leerlingenaantallen kan theater De Kraaij niet volstaan met drie uitvoeringen.

school	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
aantal leerlingen	250	250	250	250	250	250	250	250	250	250	250

3 Als er in de zaal 50 extra plaatsen bij zouden komen zijn er 1000 plaatsen. Uit de volgende verdeling blijkt dat het theater ook dan niet in alle gevallen kan volstaan met drie uitvoeringen.

school	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
aantal leerlingen	260	260	260	260	260	260	260	260	260	260	150

4 De verdeling die bij het antwoord van opgave 3 is gegeven is de meest ongunstige. Bij deze verdeling zou de zaal plaats moeten kunnen bieden aan vier maal 260 leerlingen. Theater De Kraaij moet dus over minimaal 1040 plaatsen beschikken om bij alle verdelingen genoeg te hebben aan drie uitvoeringen.

Les 12 Theaterbezoek deel 2

1 Ter beoordeling van de leerkracht.

2 Ter beoordeling van de leerkracht.
Het gaat erom dat er goed is nagedacht over welke criteria er zijn om rekening mee te houden. Daarnaast is het van belang dat er argumenten zijn bedacht die de volgorde in belangrijkheid van de criteria ondersteunen.

3 Ter beoordeling van de leerkracht.
Het gaat erom dat in de volgorde goed te zien is hoe de vastgestelde criteria een rol spelen.

Toets 3

1 Ter beoordeling van de leerkracht.

2

2a Er zijn minstens drie uitvoeringen nodig.
Voor de indeling van de scholen per uitvoering zijn er meerdere mogelijkheden. Een voorbeeld daarvan is:

uitvoering 1: scholen 1, 2 en 3
uitvoering 2: scholen 4, 5, 7 en 9
uitvoering 3: scholen 6, 8, 10 en 11.

2b Om voor de leerlingen van de elf scholen voldoende te hebben aan vier uitvoeringen moet de tweede zaal over minimaal 750 plaatsen beschikken.

Een mogelijke indeling van de scholen daarbij is:

uitvoering 1: scholen 1 en 2
uitvoering 2: scholen 3, 4 en 9
uitvoering 3: scholen 5, 7 en 10
uitvoering 4: scholen 6, 8 en 11.

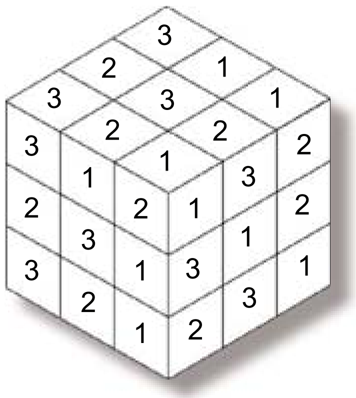
2c Om voor de leerlingen van de overige tien scholen voldoende te hebben aan vier uitvoeringen moet de tweede zaal over minimaal zevenhonderd plaatsen beschikken.

Een mogelijke indeling van de scholen daarbij is (school 1 valt weg):

uitvoering 1: scholen 2 en 3
uitvoering 2: scholen 4 en 5
uitvoering 3: scholen 6, 9 en 10
uitvoering 4: scholen 7, 8 en 11.

Les 13 De Triokubus

1



2 Meerdere beschrijvingsmanieren zijn mogelijk.

Het bouwwerk dat door de oplossing van de triokubus wordt voorgesteld, kun je op de volgende manier in schema brengen.

X X X	– X –	X – –
X – X	X X X	X – X
X X X	– X X	– X –

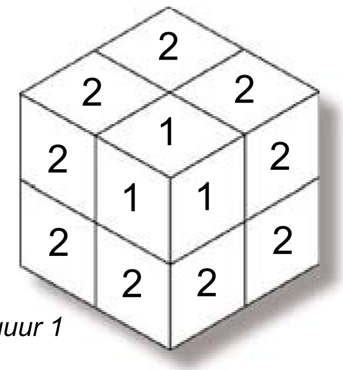
Bij deze beschrijvingsmanier trek je vanuit de posities van boven op de doorkijkplattegrond een denkbeeldige zuil naar beneden en geef je met kruisjes aan of zich op de betreffende hoogte wel of niet een kubus bevindt.

3 Ter beoordeling van de leerkracht.
En natuurlijk ook van iemand die probeert de triokubus op te lossen.

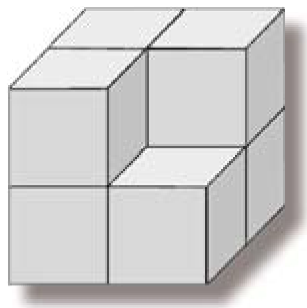
Les 14 Er zit perspectief (in de kubussen)

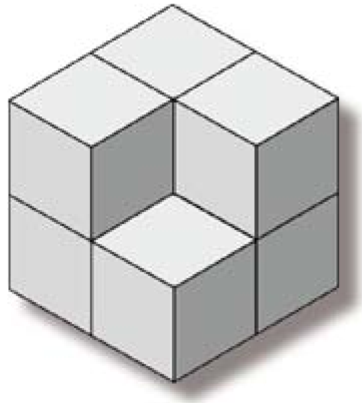
1 Een kubus zoals afgebeeld in de bouwwerken heeft een vierkant voorvlak en de naar achteren gerichte ribben zijn korter dan de ribben die horizontaal of verticaal gericht zijn. In de kubusvorm bij de doorkijkplattegronden zijn de hoeken tussen de drie middenribben 120 graden en alle ribben zijn even lang.

2

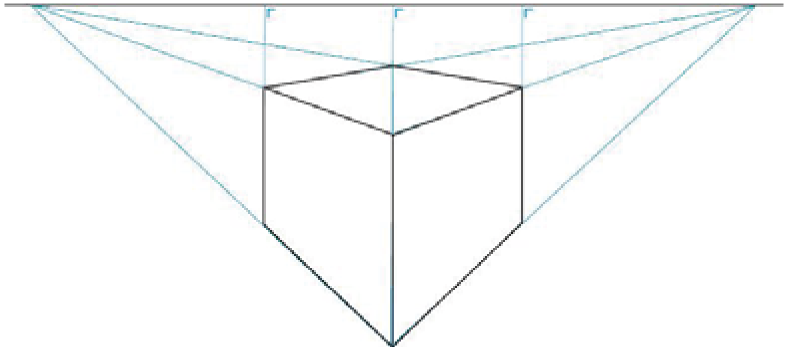


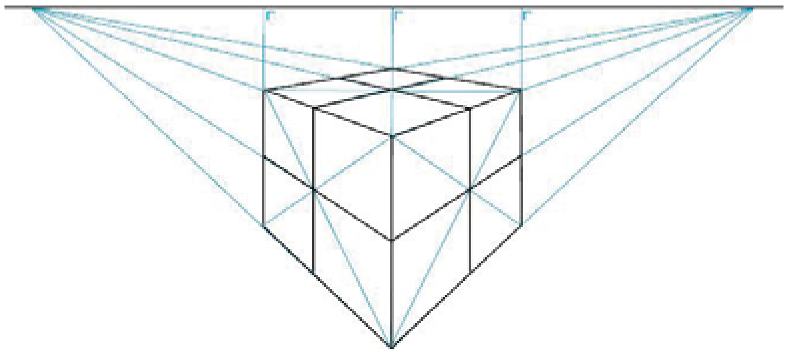
figuur 1





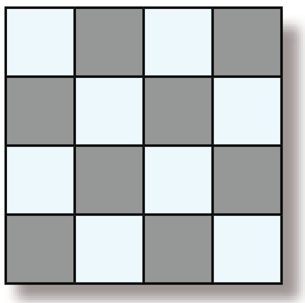
3





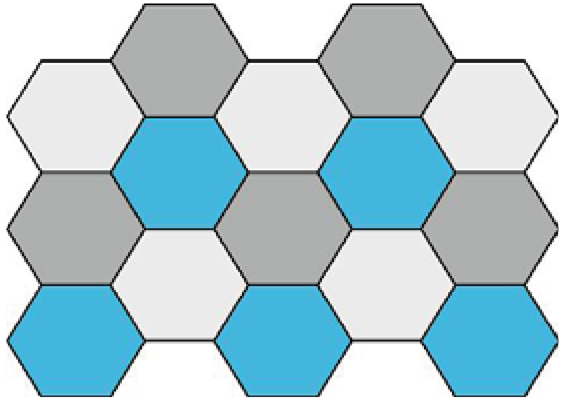
Les 15 Kleur op de landkaart

1 Voor kaart 1 zijn er minimaal twee kleuren nodig.



kaart 1

2 Voor kaart 2 zijn er minimaal drie kleuren nodig.

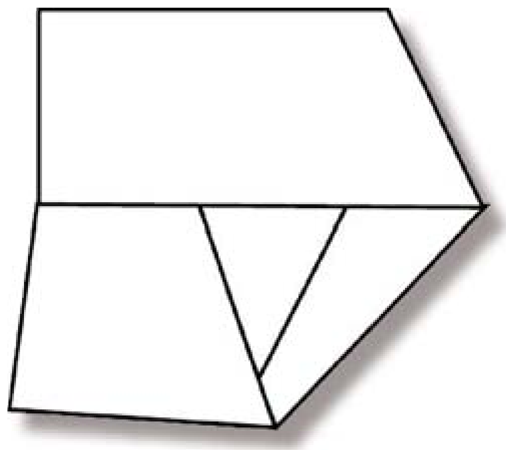


kaart 2

3

3a Ter beoordeling van de leerkracht.

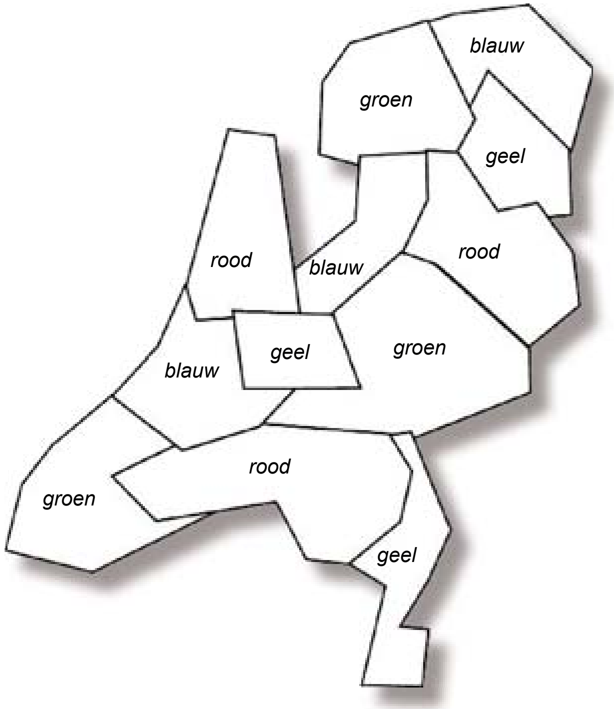
Een voorbeeld waarin vier kleuren nodig zijn is het volgende:



3b Er bestaat een wiskundig bewijs dat je aan vijf kleuren zeker voldoende hebt. Er zijn echter geen gevallen bekend waarin je aan vier kleuren niet voldoende hebt, ook niet in uitgebreide computerberekeningen. Daarom wordt er vanuitgegaan dat het met vier kleuren altijd lukt.

Les 16 Waar of niet waar

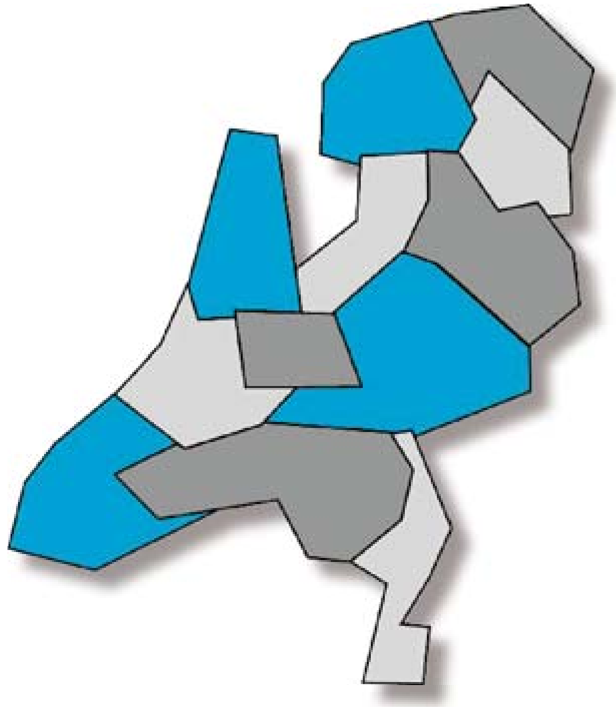
1



Toets 4

1 Ter beoordeling van de leerkracht.

2



Eindtoets A

Ter beoordeling van de leerkracht.

Eindtoets B

Ter beoordeling van de leerkracht.